

## Cálculo del índice de capacidad de procesos usando media geométrica

Calculation of the process capacity index using geometric mean

Erick Eduardo Barraza Ortiz , Luis David Domínguez Solano, Roberto José Herrera Acosta 

Universidad del Atlántico, Colombia

### Open Access

#### Recibido:

19 noviembre de 2018

#### Aceptado:

18 febrero de 2019

#### Publicado:

1 julio de 2019

#### Correspondencia:

robertherrera@mail.uniatlantico.edu.co

#### DOI:

<https://doi.org/10.17081/invinno.7.2.2851>



© Copyright: Investigación e Innovación en Ingenierías

#### Resumen

**Objetivo:** Presentar los datos de la concentración de un fungicida de manera experimental, indicando una propuesta para cambiar la media aritmética por la media geométrica en el modelo matemático de índice de capacidad de un proceso, que difieren en los resultados, pero son similares en cuanto al concepto tradicional de calidad. **Metodología:** Se tomó una muestra de 24 medidas en la concentración de un fungicida, a la cual se le calculó el índice de capacidad. Primeramente, se realizaron los cálculos con los índices tradicionales usando una media  $\mu$  y una desviación  $\sigma$ . Luego se contrastó esta con la propuesta de modificar la medida de localización por la media geométrica  $G$ , así como la desviación  $\sigma$  con base en una media geométrica  $G$ . **Resultados y Conclusiones:** El resultado muestra que el uso de la media geométrica no es un estadístico afectado por valores extremos, por lo que resultó ser un indicador más robusto que el tradicional.

**Palabras claves:** Media aritmética, control de calidad, índice de capacidad, media geométrica.

#### Abstract

**Objective:** This paper aims to submit data related to a fungicide concentration using an experimental method, also, a proposal in order to change arithmetic mean by geometric mean into a mathematical model is suggested; the process capability index, which differs in results but are similar in relation with the traditional quality concept, where the existent paradigm show whether or not the specifications have been fulfilled. **Methodology:** the capability index is calculated from a sample of 24 amount of fungicide concentration, as follows: first of all, calculating with the traditional indexes using a mean and a deviation. Subsequently, the proposal of changing localization measurement by geometric mean is contrasted; likewise, the deviation is taken based on a geometric mean. **Results y Conclusions:** The results show the geometric mean use, as a statistical value not affected, because it is a more robust indicator than the traditional one.

**Keywords:** Arithmetic mean, quality control, capacity index, geometric mean.

---

**Como citar (IEEE):** E. Barraza Ortiz, L. Domínguez Solano., y R. Herrera Acosta, "Cálculo del índice de capacidad de procesos usando media geométrica", *Investigación e Innovación en Ingenierías*, vol. 7, n°. 2, 2019. DOI: <https://doi.org/10.17081/invinno.7.2.2851>

## Introducción

Conocer si un proceso está bajo control no es una opción para una empresa de producción o de servicios, sino una obligación, pues de este modo tales procesos se tienen bajo control y se garantizan en mayor medida los resultados deseados, de modo que estos sean de calidad y del agrado de los consumidores y clientes.

El índice de capacidad  $C_p$  es un cálculo estadístico referido a la capacidad de un proceso. Este índice permite conocer si el proceso está bajo control o no, aunque un valor muy alejado de la media, un dato atípico, podría hacer que el cálculo del estadístico no sea representativo de la muestra. Por lo anterior, es pertinente buscar un método que disminuya ese problema, es decir, un modelo matemático que sea menos susceptible a datos no representativos del proceso y que, además, mejore la precisión del estadístico y, por tanto, sea más representativo del proceso.

Precisamente, una de las necesidades más frecuentes en los procesos radica en la valoración adecuada de la variabilidad y de la tendencia central de un rasgo de calidad, para, de esta forma, contrastarlas con sus requerimientos de diseño estructural. Un proceso debe contar, en este sentido, con un nivel de competencia para cumplir con los requerimientos o especificaciones técnicas deseadas. Así, cuando este cuenta con un nivel alto, se dice que su capacidad de proceso es capaz. Por tal razón, a un proceso se le hace un seguimiento con índices de capacidad para analizar su comportamiento a través del tiempo, esperando que sea lo más estable posible, para que sea adecuado al trabajo y no requiera intervención [1].

Y es que intervenir un proceso para hacerle mejoras es costoso, pues, además, es necesario detener la producción durante los trabajos de mejora. Estas decisiones se toman a partir de la información que se tenga sobre el desempeño del proceso basado en los índices de capacidad, pero, ¿esta información del indicador realmente representa las condiciones del proceso? En realidad no se sabe, pues un solo dato atípico podría incidir fuertemente en el resultado, de manera que, en tal caso, el índice no representaría al proceso, pues un dato no es el proceso sino simplemente un resultado indeseado, el cual es posible que no se repita.

El principal requerimiento para iniciar un análisis de la capacidad del proceso consiste en que este se encuentre estadísticamente estable o bajo control. Además, se precisa que las mediciones individuales del proceso se comporten según una distribución normal.

Así, cuando se han identificado desviaciones en el comportamiento estadístico de las mediciones de alguna característica de calidad, la evaluación de la capacidad del proceso debe iniciarse, pero una vez que las causas especiales hayan sido identificadas, analizadas y corregidas en las Figuras de control. Dado que, solo en estas circunstancias, las Figuras actuales de control mostrarían un proceso dentro de control estadístico [2]. En este sentido, R. Walter Shewhart entendía la calidad como un problema de variación, el cual puede ser controlado y prevenido mediante la eliminación a tiempo de las causas que lo provocan [3].

## Marco teórico

Para considerar que un producto sea de calidad, las mediciones de sus características deben ser iguales a su valor ideal; sin embargo, entendiendo que la variabilidad es una característica inherente de todo proceso, entonces estas mediciones deben estar al menos dentro de cierta especificación inferior o superior. La medida de la capacidad potencial del proceso para cumplir con tales especificaciones de calidad es proporcionada por el índice de capacidad del proceso ( $C_p$ ).

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\sigma} \quad (1)$$

Este índice relaciona, en efecto, la diferencia entre los límites de especificación (establecidos) y un múltiplo de la desviación típica de la característica estudiada, que está asociado a la variabilidad del proceso y, por tanto, a las tolerancias naturales.

Actualmente se utilizan varios índices para este propósito. Dos de los más conocidos y usados son el  $C_p$  y el  $C_{pk}$ , llamados también índices de capacidad potencial y real del proceso, respectivamente. Dichos índices se usan bajo el supuesto de que el valor de las mediciones de las características de calidad representa valores de variables aleatorias independientes con distribución normal y que el proceso se encuentra en control estadístico, como lo establece Montgomery [4].

Los primeros investigadores en plantear formalmente índices de capacidad fueron Juran y Kane. El primero presentó el índice de capacidad  $C_p$  en 1974, el cual no requiere conocer la localización del proceso; por su parte, Kane presentó en 1986 un índice de capacidad que sí toma en cuenta la localización del proceso. Este índice es el  $C_{pk}$ .

$$C_{PK} = \min \left\{ \frac{(LES - \mu)}{3\sigma}, \frac{(\mu - LEI)}{3\sigma} \right\} \quad (2)$$

Sin embargo, el  $C_{pk}$  no toma en cuenta si la localización del proceso difiere o no del valor meta  $T$ . Para corregir este problema, se creó el índice  $C_{pm}$ , el cual supone que el valor meta  $T$  se encuentra en el centro de las especificaciones [5].

$$C_{pm} = \frac{LES - LEI}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (3)$$

Para los casos donde el valor de  $T$  no se encuentre en el centro de las especificaciones, Pearn et al. desarrollaron en 1992 el índice  $C_{pmk}$ , el cual es una combinación del  $C_{pk}$  y del  $C_{pm}$ . Desde entonces, varias medidas de la capacidad de un proceso han sido presentadas por diversos autores. Por ejemplo [5].

$$C_{pmk} = \min \left[ \frac{LES - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \frac{\mu - LEI}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right] \quad (4)$$

A lo largo de la historia, los índices de capacidad han sido aplicados a la industria manufacturera con el fin de generar medidas numéricas sobre el rendimiento y el potencial de los procesos.

La media geométrica es útil para calcular medias de porcentajes, tantos por uno, puntuaciones o índices. Tiene la ventaja de que no es tan sensible como la media aritmética a los valores extremos [6].

La media geométrica  $G$  de  $N$  números positivos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  es la raíz  $n$ -ésima del producto de los números:

$$G = \sqrt[N]{x_1 x_2 x_3 \dots x_N} \quad (5)$$

La media geométrica es una medida de tendencia central que puede utilizarse para mostrar los cambios porcentuales en una serie de números positivos. Tiene una amplia aplicación en los negocios y en la economía, debido a que con frecuencia se está interesado en establecer el cambio porcentual en las ventas del producto interno bruto o en cualquier serie económica. Se define como la raíz índice  $n$  del producto de  $n$  términos [7].

La media geométrica se utiliza con gran frecuencia para calcular la tasa de crecimiento porcentual promedio de algunas series dadas, a través del tiempo [8,9,10].

## Metodología

Los índices de capacidad ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  y  $C_{pmk}$ ) muestran la eficiencia con la que las piezas producidas entran en el rango que los límites de diseño especifican. Si estos límites son más altos que las tres o seis sigmas permitidas en el proceso, la media del proceso puede alejarse del centro antes del reajuste y se seguirá produciendo un alto porcentaje de piezas buenas [11,12].

De manera formal, desarrollando la ecuación (1), el índice de capacidad ( $C_p$ ) se calcula como sigue:

$$C_p = \left[ \frac{(\mu+ks) - (\mu-ks)}{6\sigma} \right] \quad (6)$$

La expresión que se propone modificar la media aritmética por la media geométrica:

$$C_{pG} = \left[ \frac{(G + ks_G) - (G - ks_G)}{6\sigma_G} \right] \quad (7)$$

Donde G es la media geométrica,  $s_G$  corresponde a la desviación estándar geométrica, y  $\sigma_G$  corresponde a un parámetro hallado con la media geométrica de las desviaciones.

De manera formal, desarrollando la ecuación (2), el índice de capacidad ( $C_{pkG}$ ) se calcula como sigue:

$$C_{pkG} = \min \left\{ \frac{((\mu + ks) - \mu)}{3\sigma}, \frac{(\mu - (\mu - ks))}{3\sigma} \right\} \quad (8)$$

La expresión que se propone modificar, la media aritmética por la media geométrica.

$$C_{PKG} = \min \left\{ \frac{((G + ks_G) - G)}{3\sigma_G}, \frac{(G - (G - ks_G))}{3\sigma_G} \right\} \quad (9)$$

Donde G es la media geométrica,  $s_G$  corresponde a la desviación estándar geométrica, y  $\sigma_G$  corresponde a un parámetro hallado con la media geométrica de las desviaciones.

También de manera formal, desarrollando la ecuación (3), el índice de capacidad ( $C_{pm}$ ) se calcula como sigue:

$$C_{pm} = \frac{(\mu+ks) - (\mu-ks)}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu-T)^2}} \quad (10)$$

Es decir, la expresión que se propone modificar la media aritmética por la media geométrica.

$$C_{pmG} = \frac{(G + ks_G) - (G - ks_G)}{6\sqrt{\sigma_G^2 + (G - T)^2}} \quad (11)$$

Donde  $G$  es la media geométrica,  $s_G$  corresponde a la desviación estándar geométrica, y  $\sigma_G$  corresponde a un parámetro hallado con la media geométrica de las desviaciones.

Otra vez de manera formal, al desarrollar la ecuación (4), el índice de capacidad ( $C_{pmk}$ ) se calcula como sigue:

$$C_{pmk} = \min \left[ \frac{(\mu + ks) - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \frac{\mu - (\mu - ks)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right] \quad (12)$$

La expresión que se propone modificar, la media aritmética por la media geométrica.

$$C_{pmkG} = \min \left[ \frac{(G + ks) - G}{3\sqrt{\sigma_G^2 + (G - T)^2}}, \frac{G - (G - ks)}{3\sqrt{\sigma_G^2 + (G - T)^2}} \right] \quad (13)$$

Donde  $G$  es la media geométrica,  $s_G$  corresponde a la desviación estándar geométrica, y  $\sigma_G$  corresponde a un parámetro hallado con la media geométrica de las desviaciones.

## Resultados

Después de hacer un análisis a una muestra de datos que corresponden a la concentración de un fungicida para comparar los resultados del modelo matemático del ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  y  $C_{pmk}$ ), utilizando la media aritmética con cada uno de los modelos propuestos con la media geométrica, se obtiene lo siguiente [13,14]:

Los parámetros  $\mu = 59$  y desviación  $\sigma = 0,9824$ , con límites de especificaciones  $LEI = 57$  y  $LES = 61$  dados en el proceso.

**Tabla 1.** Parámetros obtenidos usando la media aritmética en el ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  y  $C_{pmk}$ )

$C_p$	$C_{pk}$	$C_{pm}$	$C_{pmk}$
0,6342	0,6455	0,0112	0,0112

Como se esperaba, el resultado ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  y  $C_{pmk}$ ) es menor que uno, lo que indica que el proceso no es capaz de cumplir con las especificaciones establecidas. Esto es normal porque los datos de la concentración se presentan fuera de los límites establecidos en las ecuaciones.

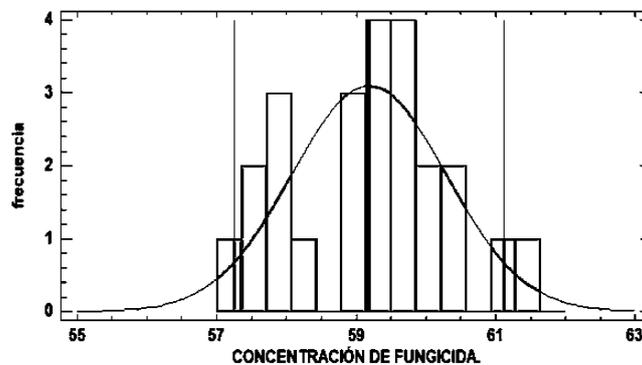
Los parámetros  $G = 59$  y la desviación  $\sigma = 0,8396$ , con límites de especificaciones  $LEI = 57$  y  $LES = 61$

**Tabla 2.** Parámetros obtenidos usando la media geométrica en el ( $C_{pG}$ ,  $C_{pkG}$ ,  $C_{pmG}$  y  $C_{pmkG}$ )

$C_{pG}$	$C_{pkG}$	$C_{pmG}$	$C_{pmkG}$
0,4633	0,5517	0,0095	0,0095

Por otra parte, se presenta un parámetro diferente, ( $G$ ) utilizado en el modelo matemático ( $C_{pG}$ ,  $C_{pkG}$ ,  $C_{pmG}$  y  $C_{pmkG}$ ) con la modificación radicada en el parámetro ( $G$ ) o media geométrica. En la tabla pertinente se esperaban resultados próximos a los obtenidos mediante la media aritmética clásica, encontrándose que el ( $C_{pG}$ ,  $C_{pkG}$ ,  $C_{pmG}$  y  $C_{pmkG}$ ) modificado es menor que uno, lo que indica que el proceso no cumple con las cotas establecidas. Esto último se puede diferir observando que la concentración se encuentra fuera de los límites establecidos.

**Figura 1.** Índice de capacidad con media aritmética



En la Figura 1 se presentan los datos de la concentración de fungicida en contraste con las respectivas especificaciones del proceso.

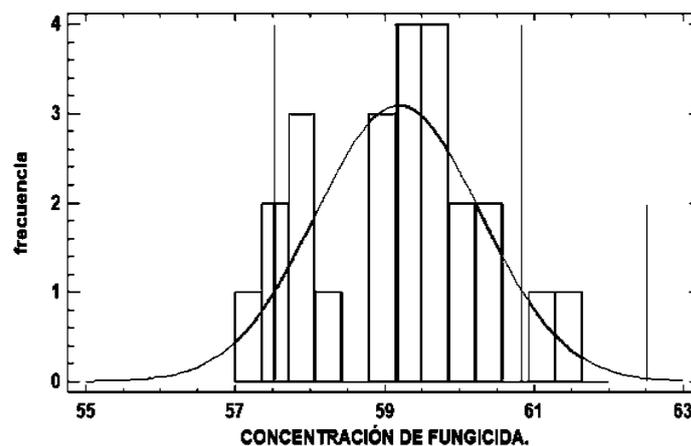
Se observa que la variable “Concentración de fungicida” se encuentra ligeramente fuera de los límites de especificación.

Con base en esto último, se puede estimar el porcentaje de datos de la población total que no cumple con las especificaciones del proceso.

Para la grafica 1, además, se presenta una variabilidad en el proceso con respecto al valor del índice de capacidad ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  y  $C_{pmk}$ ), dado por el proceso, en esta se utilizo la media aritmetica  $\mu$  que corresponde al índice de capacidad clásico.

A continuación, se presentarán los mismos datos pero esta vez el índice de capacidad ( $C_{pG}$ ,  $C_{pkG}$ ,  $C_{pmG}$  y  $C_{pmkG}$ ) se ajusta con la media geométrica.

**Figura 2.** Índice de capacidad con media geométrica



En la Figura 2 se presentan los datos de la concentración de fungicida en contraste con las respectivas especificaciones del proceso. Se puede observar que la variable concentración de fungicida se encuentra ligeramente fuera de los límites de especificación.

Con base en esto se estima el porcentaje de datos de la población total que no cumple con las especificaciones del proceso.

Para esta segunda Figura se presenta una variabilidad en el proceso con respecto al valor del índice de capacidad ( $C_{pG}$ ,  $C_{pkG}$ ,  $C_{pmG}$  y  $C_{pmkG}$ ) dado por el proceso, en esta se utilizo la media geométrica  $G$  que corresponde a la propuesta presentada.

En la Figura 2 se obtienen, así, unos límites de especificaciones un poco más rigurosos con respecto a la Figura 1, cumpliéndose el objetivo, ya que obliga a mejorar los procesos productivos para aumentar la calidad del producto terminado con relación a las especificaciones dadas.

## Conclusión

Comparando los resultados, objeto de esta investigación, se encontró que en los índices clásicos  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  y  $C_{pmk}$  se obtienen valores superiores a los índices propuestos de capacidad  $C_{pG}$ ,  $C_{pkG}$ ,  $C_{pmG}$  y  $C_{pmkG}$ , utilizando la media geométrica como medida de localización. Estos resultados sugieren, asimismo, que estos indicadores clásicos son afectados directamente por valores extremos que por lo general no representen las condiciones del proceso; pero hacen que aumente el valor de la desviación en las ecuaciones (6), (8), (10) y (12), a diferencia de las ecuaciones (7), (9), (11) y (13), donde se usa la media geométrica. Ello se explica porque se trata de un estadístico cuyos valores extremos no se afectan de manera considerable. Así, el resultado de este indicador muestra un valor más robusto.

En la Figura 2 también se puede observar que, usando la media geométrica, cambian los límites de tolerancia, la distancia entre estos se acorta, y que la exigencia es mayor con relación a los productos que cumplan con las especificaciones para el proceso. Finalmente, en estudios posteriores, se debe evaluar la incidencia de la media geométrica en el cálculo de los intervalos de tolerancia.

## Referencias bibliográficas

1. R. D. Guevara., y J. A. Vargas, "Intervalos de confianza para los índices de capacidad  $C_{\{pm\}}$  y  $C_{\{pmk\}}$  en procesos estacionarios gaussianos", *Revista colombiana de estadística*, pp. 153-162 diciembre de 2006.
2. L. Aguila Sánchez, *Control de la Calidad Editorial*. Minerva, 1997 pp. 45-50.
3. C. Talavera - Pleguezuelos, *Métodos y Herramientas de Mejora aplicados en la Administración Pública*. Granada: Unión Iberoamericana de Municipalitas, 2013.
4. M. P. Groover, *Fundamentos de manufactura moderna*. 3 ed. Ciudad de México: Mc Graw-Hill, pp. 481-593., 2007.
5. I. Sosa Galindo, L. Cruz-Kuri., y A. García Banda, *Memorias del Foro XXI nacional de estadística*, Universidad Autónoma de Guerrero. Cap. El método de coordenadas principales y algunas de sus aplicaciones.

- Acapulco: Instituto nacional de estadística, geografía e informática, pp. 131-132., 2007.
6. J.D. Mosquera-Artamonov, "Diagnóstico del proceso de inspección mediante índices de capacidad", *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, Vol. 22 no. 1, pp. 53-61., 2014
  7. M.R. Spiegel., y J. Larry Stephens, *Estadística de Schaum*. 4ta Edición. Mexico: Mcgraw-Hill., 2009.
  8. C.M.A. Vilchis Rodríguez, Medidas de tendencia central, otras medidas de tendencia central, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo., 2010.
  9. R.B. Chase, F.R, Jacobs., y N.J. Aquilano, *Administración de operaciones. Producción y cadena de suministros*, pp. 332-334. Mexico: Mcgraw-Hill., 2009
  10. A. Verbel, R. J. Herrera, K. Maestre. "Aplicación de nuevas propuestas multivariantes para medir la capacidad de un proceso", *Ingeniare*, no. 21, pp. 31-42, 2016.
  11. A. Ruiz., y F. Rojas, *Control estadístico de procesos*, Cap 6. Madrid, 2006.
  12. V. Padrón Robaina, *El control de los estándares de calidad*, Universidad de las Palmas de Gran Canaria, pp. 1-30, 2002,
  13. Medidas de centralización, Universidad Nacional del Callao 2012, Cap. 3, pp. 1-68.
  14. C. Castillo Serrano, *Control estadístico*. México: Instituto Tecnológico de Apizaco, 2014.